

Particle Swarm Optimization (PSO) en modelos semi-analíticos de formación de galaxias

Andrés Nicolás Ruiz
IATE - OAC

Mariano Domínguez, Nelson Padilla, Sofía Cora, Tomás Tecce,
Ignacio Gargiulo, Alejandra Muñoz

Friends-of-Friends Meeting - 9 de abril de 2013
IATE, Córdoba, Argentina



UNC
400 AÑOS



Calibración de modelos semianalíticos

Los SAMs pueblan los (sub)halos de materia oscura con galaxias utilizando “recetas” para modelar los procesos astrofísicos involucrados en la formación de galaxias.

Esto implica la existencia de parámetros libres que deben ser ajustados a fin de reproducir un determinado conjunto de observaciones.

Entonces, calibrar SAMs es sinónimo de exploración de espacios multidimensionales.

Calibración de modelos semianalíticos

Generalmente la dimensionalidad del problema es alta (al menos 4D), por lo que muestreos directos (tipo grilla) requieren tiempos de computo prohibitivos.

Se han utilizado diferentes estrategias:

- + **Cadenas de Markov Monte Carlo** (Henriques et al. 2009, 2012; Lu et al. 2011, 2012; Mutch et al. 2013)
- + **Emulador de modelos** (Bower et al. 2010, Gómez et al. 2012)
- + Nuestra propuesta: **Particle Swarm Optimization**

Algoritmo PSO

PSO es un método de búsqueda estocástico introducido por Kennedy & Eberhart (1995). Está inspirado en las búsquedas colectivas de insectos y animales (por ejemplo de agua o comida).

Combina búsqueda individual con comunicación colectiva.



Algoritmo PSO

Algunas definiciones previas:

Partículas: agentes computacionales que realizan la búsqueda. Cada partícula posee un número identificatorio $i=1,\dots,N$ y poseen una posición $X(t)$ y una velocidad $V(t)$ en cada paso temporal t .

Función de aptitud: Cada punto X del espacio es evaluado mediante una función $F(X)$, que nos da la “aptitud” de ese punto para el problema que estemos tratando.

Mejor valor individual: Es el máximo valor de $F(X)$ encontrado por la partícula i -ésima al tiempo t . La posición de ese mejor valor recibe el nombre de $B_i(t)$.

Mejor valor global: es el mejor valor de $F(X)$ encontrado por todas las partículas al tiempo t . Su posición recibe el nombre de $G(t)$.

Algoritmo PSO

Las posiciones de las partículas son actualizadas de acuerdo a:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1)$$

donde

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + c_1\xi_1[B_i(t) - X_i(t)] + c_2\xi_2[G(t) - X_i(t)]$$

$w = 0.72$. Peso inercial que mueve a la partícula en línea recta

$c_1 = c_2 = 1.193$. Coeficientes que aceleran las partículas hacia $B_i(t)$ (experiencia personal) y $G(t)$ (experiencia colectiva)

ξ_1 y ξ_2 . Números aleatorios uniformes en el intervalo $[0,1]$

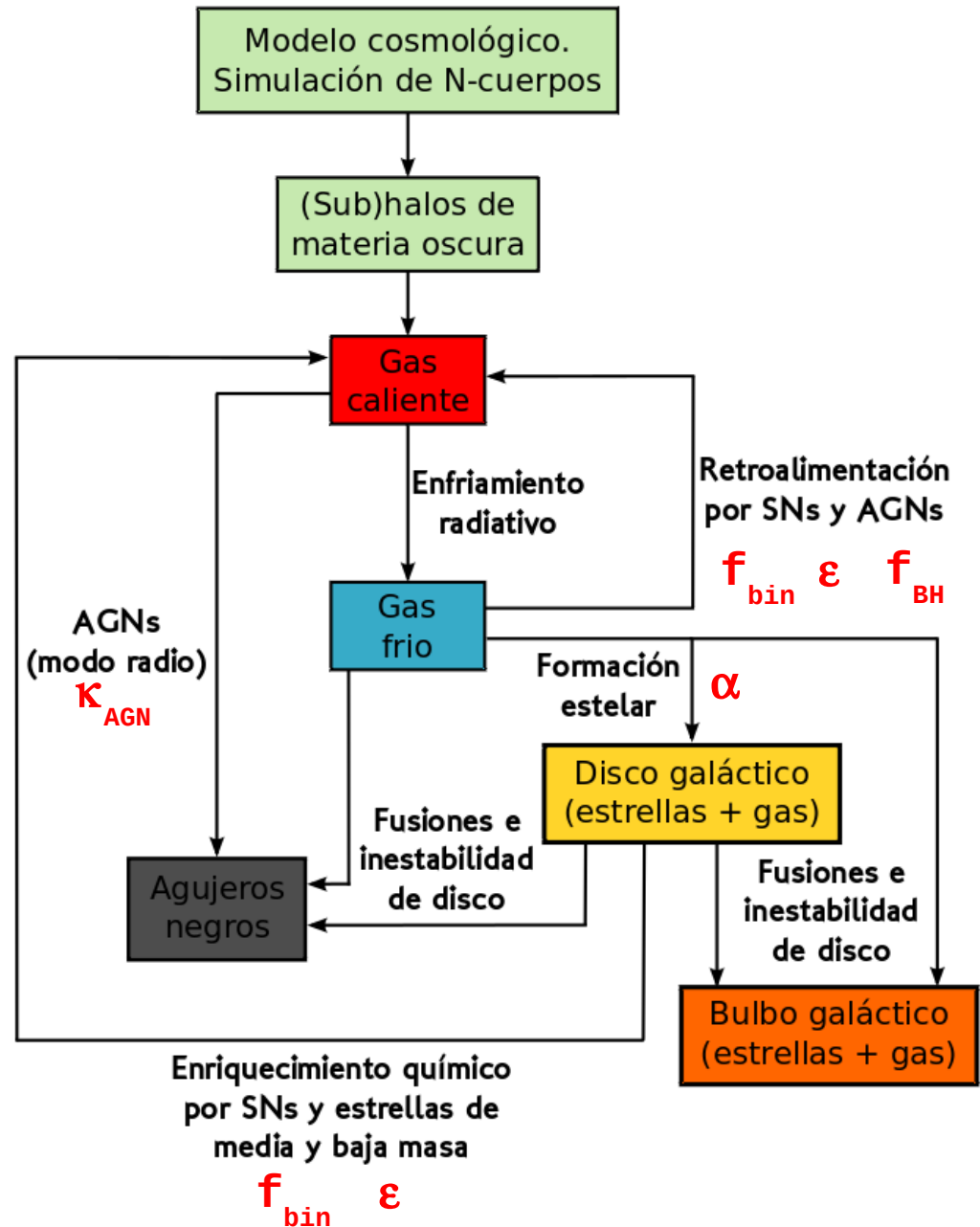
Modelo SAG

Utilizamos el modelo SAG
(Semi-Analytic Galaxies)

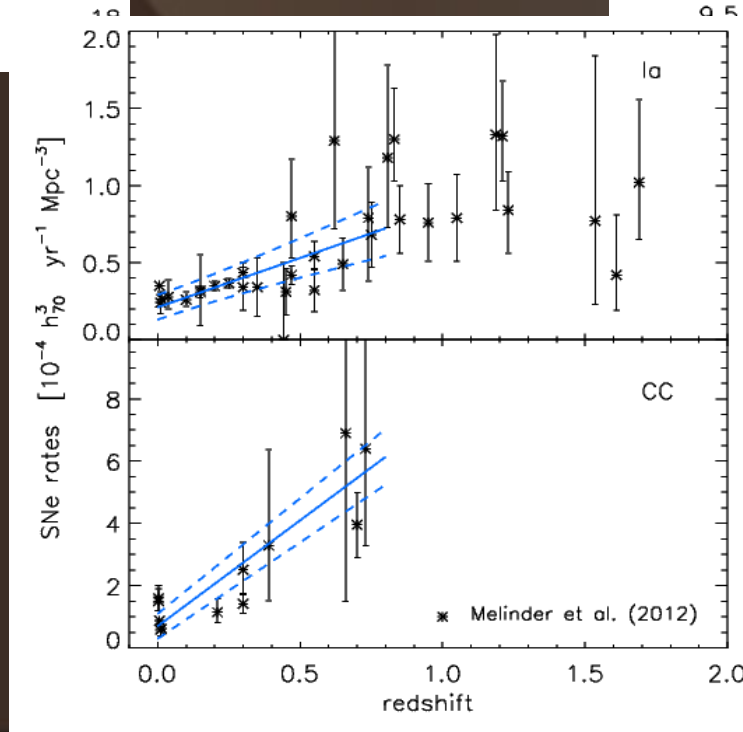
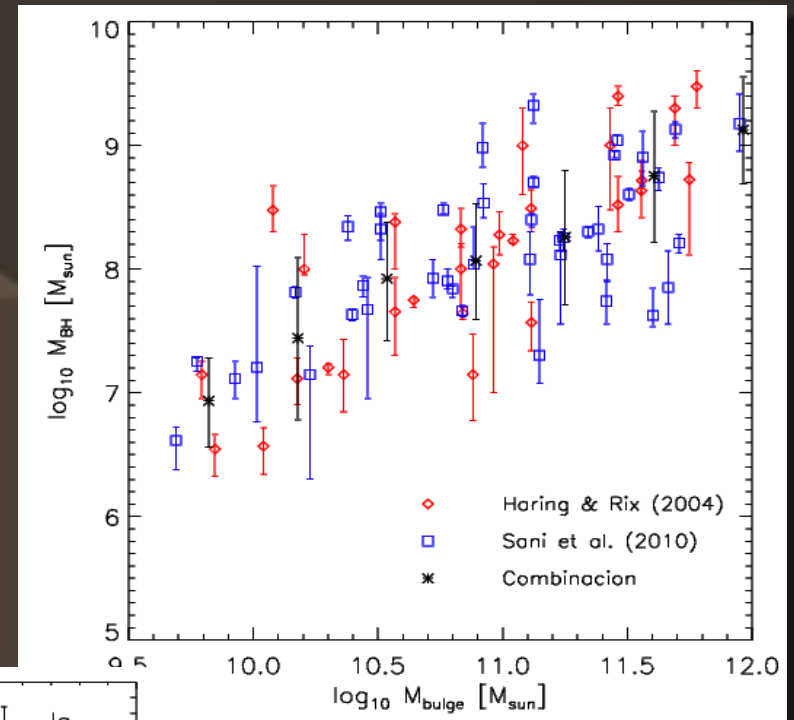
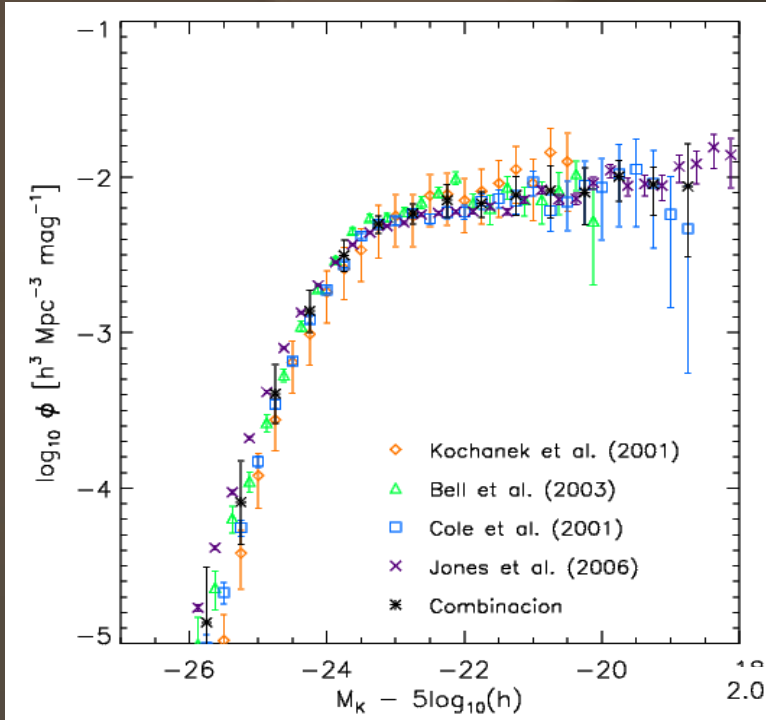
- * Cora (2006)
- * Lagos et al. (2008)
- * Tecce et al. (2010)

Halos, subhalos y árboles de fusiones:

Λ CDM - WMAP5/7
256³ partículas
L = 67.68 Mpc/h



Observables

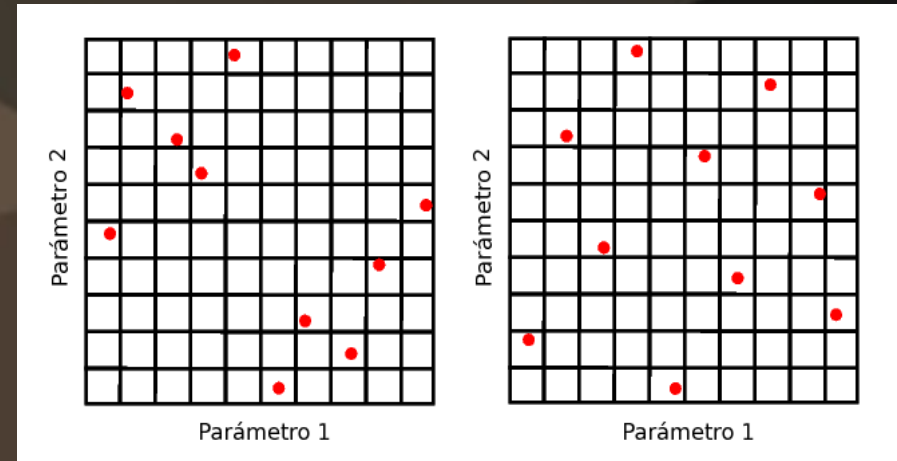


Implementación

Condiciones iniciales:

- + Posiciones utilizando Latin Hypercube
- + Velocidades aleatorias proporcionales al intervalo de búsqueda.

$$V_i(t=0) = 0.5\xi(X_{\max} - X_{\min})$$



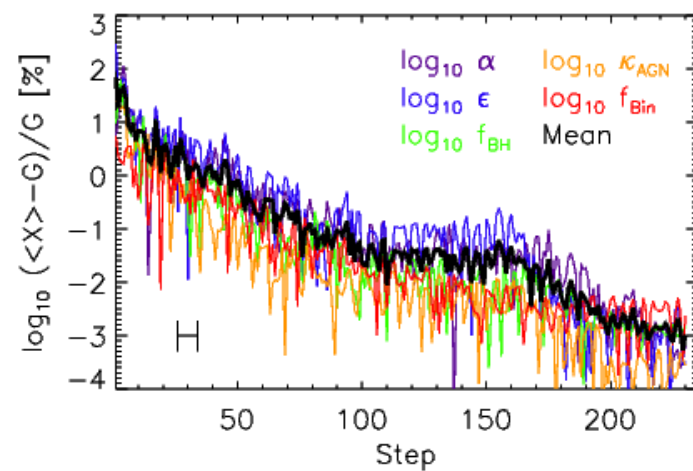
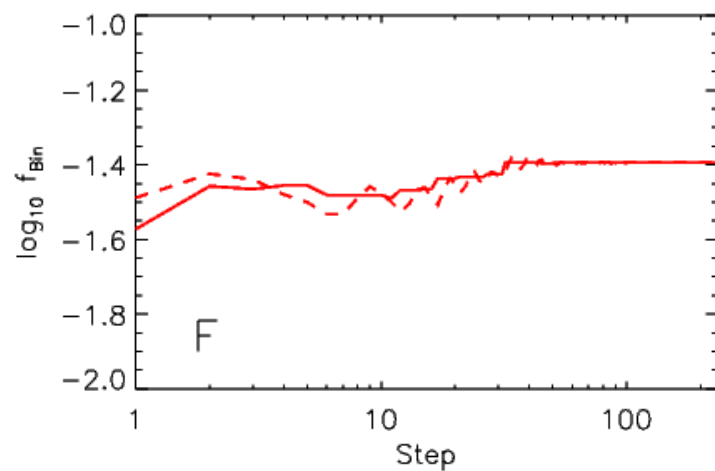
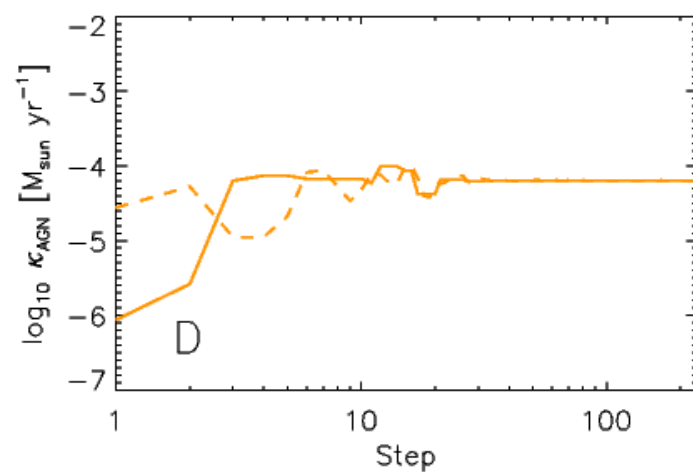
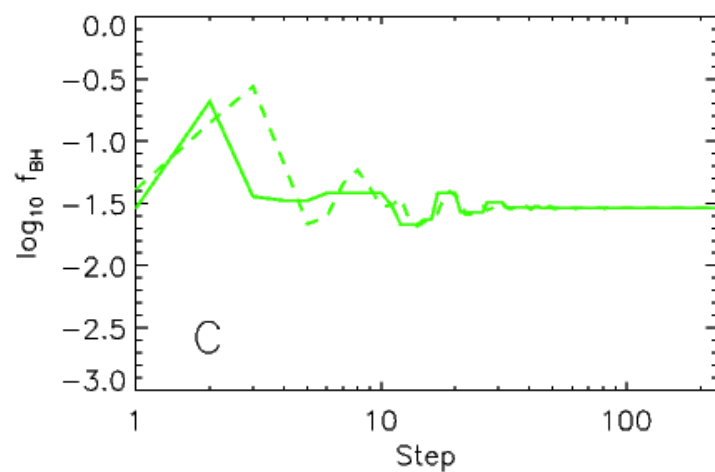
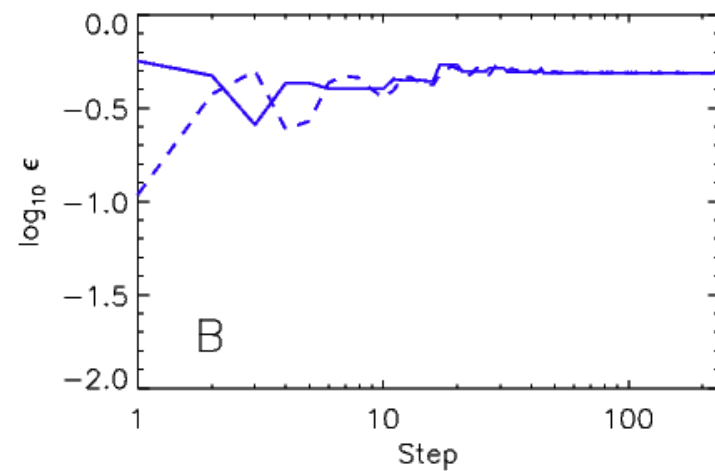
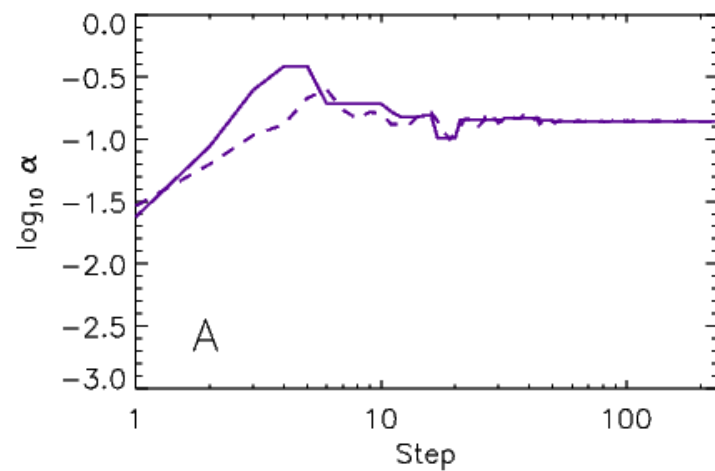
Condiciones de borde:

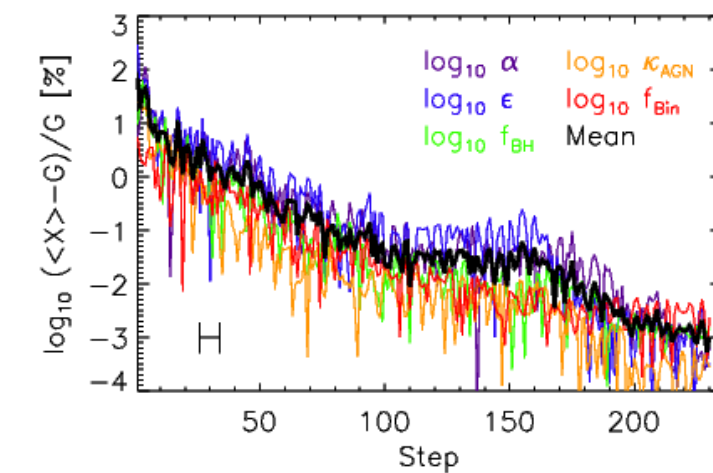
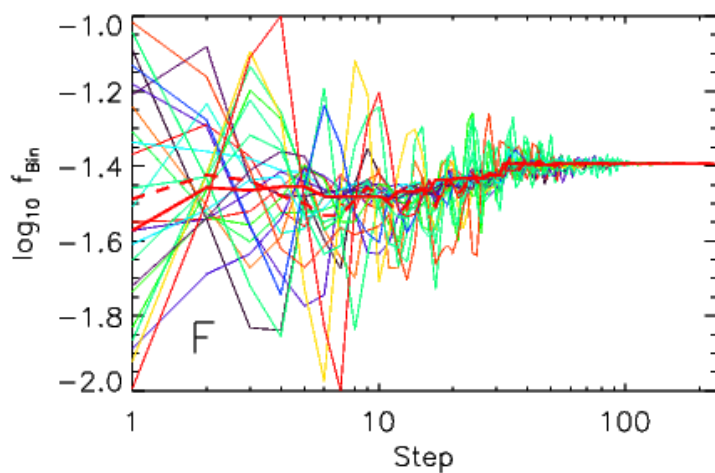
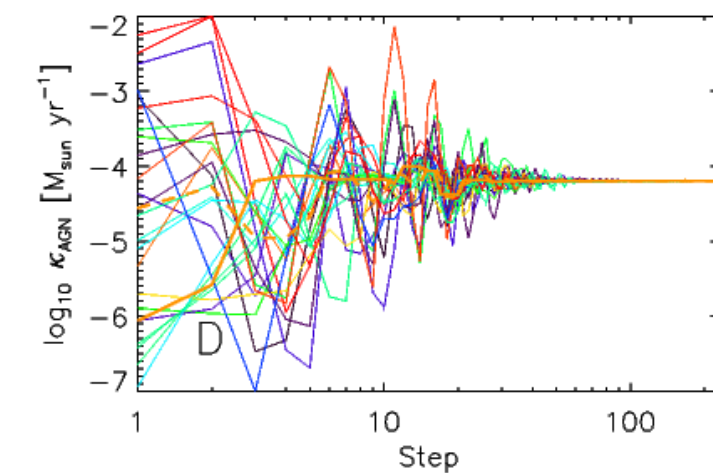
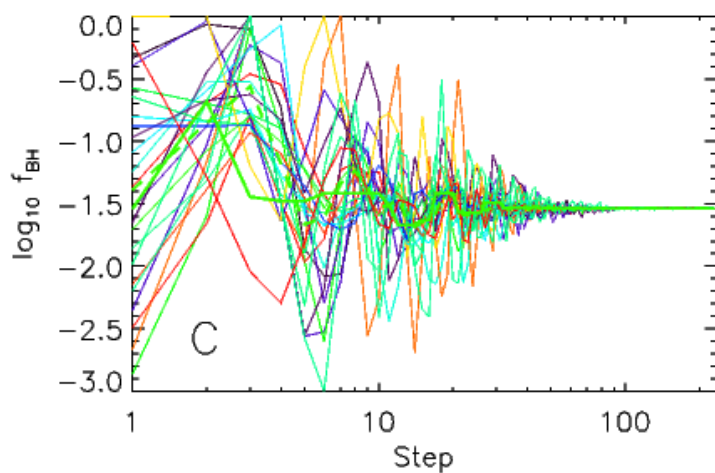
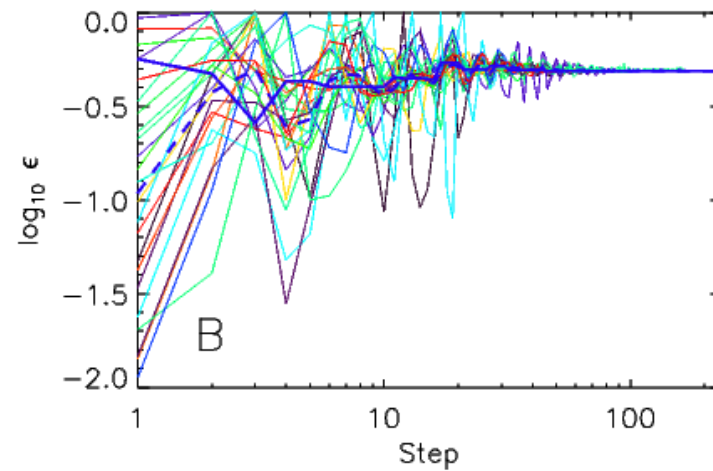
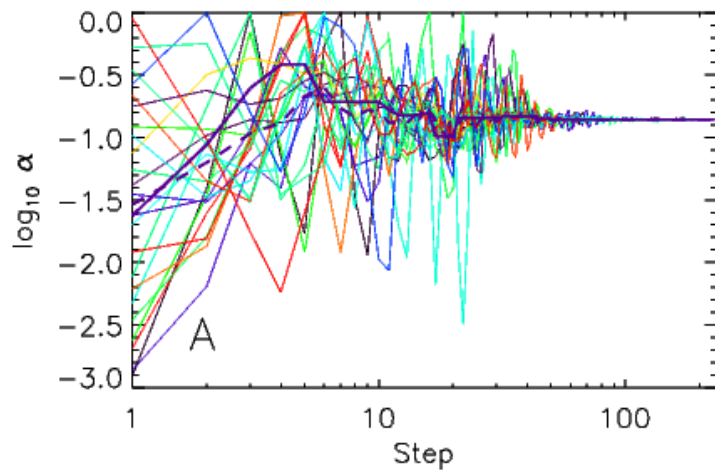
- + Bordes reflectantes. Las partículas revierten la componente perpendicular de su velocidad cuando llegan al borde.

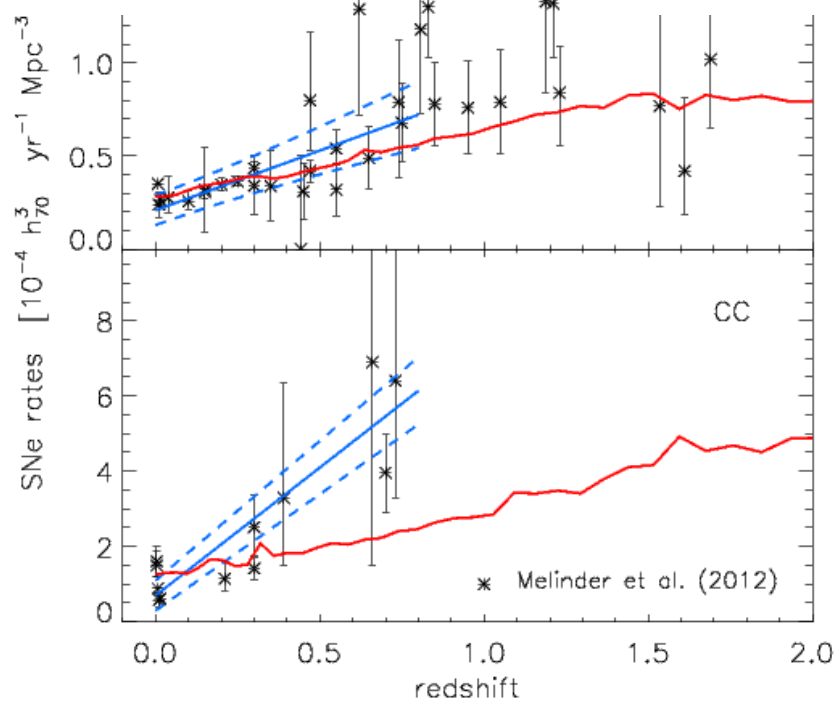
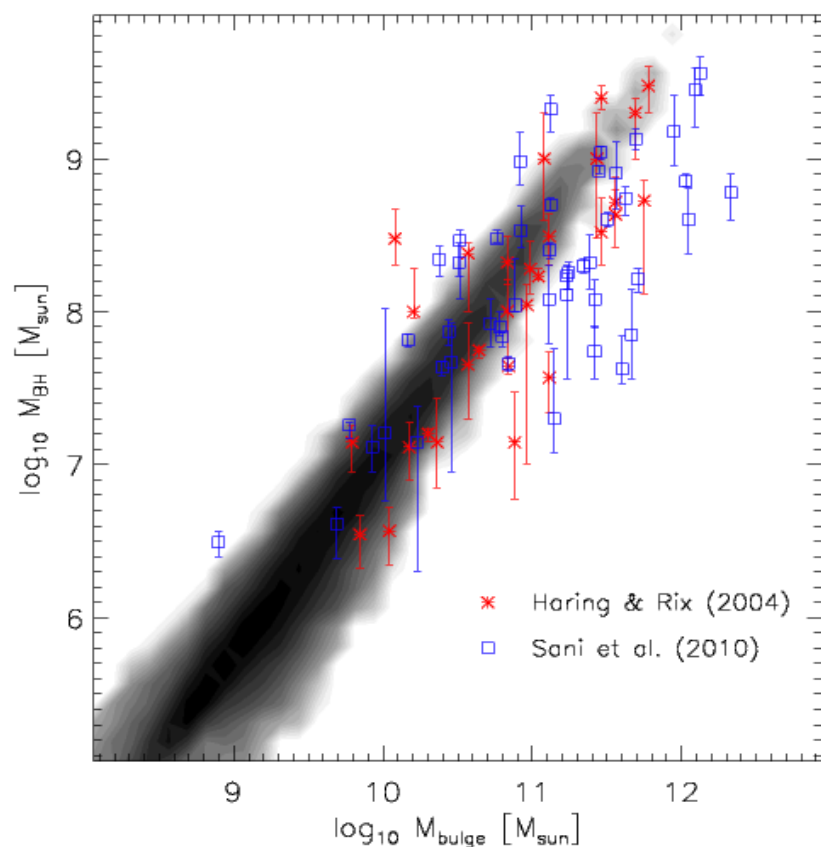
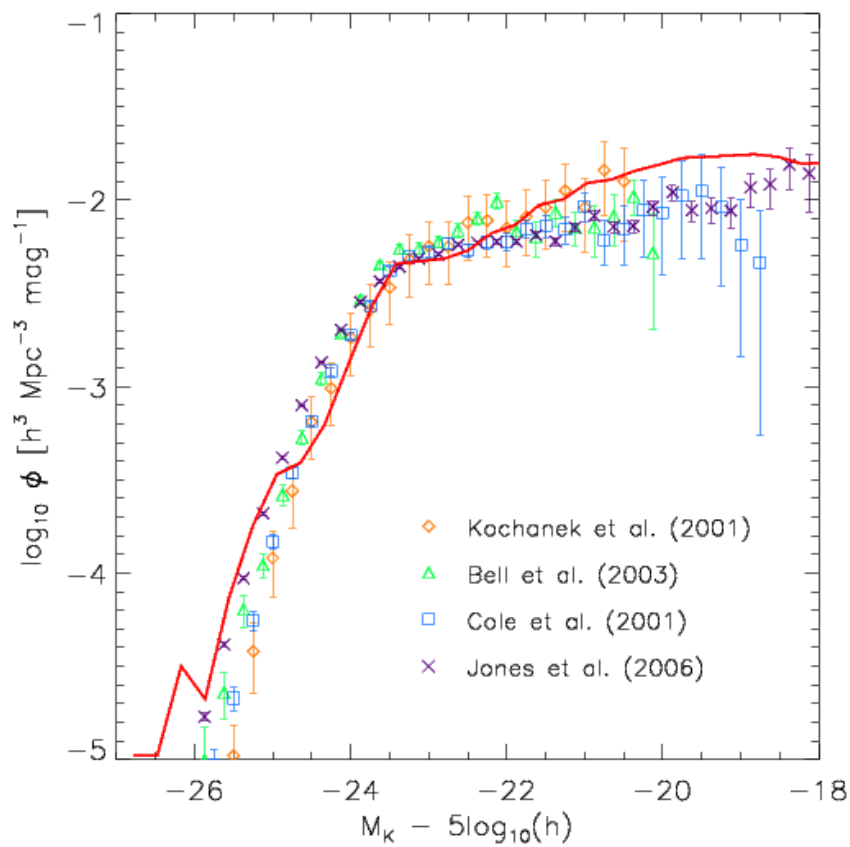
Función de aptitud:

- + Función de probabilidad chi-cuadrado $\rightarrow F(X) = \exp(-0.5\chi^2)$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_{SAG,i} - y_{OBS,i})^2}{\sigma_{SAG,i}^2 + \sigma_{OBS,i}^2}$$







Estimación de errores

Para estimar errores en el entorno de $G(t)$ seguimos la idea presentada por Prasad & Souradeep (2012).

Se consideran los $j=1,\dots,M$ puntos más próximos al mejor valor global:

$$|\Theta_j| < 0,15 \quad \text{donde} \quad \Theta_j = \frac{X_j(t_f) - G(t_f)}{G(t_f)},$$

En ese entorno la función de aptitud puede aproximarse por una gaussiana, siendo \mathbf{R} la matriz de curvatura de dimensión $D \times D$

$$F_j(t_f) \simeq F^{\max}(t_f) \exp\left(-\frac{1}{2}\Theta_j^T \mathbf{R} \Theta_j\right),$$

Estimación de errores

Despejando se obtiene un paraboloide de dimensión D:

$$\Delta_j^2 = -2\ln \left[\frac{F_j(t_f)}{F^{\max}(t_f)} \right] = \Theta_j^T \mathbf{R} \Theta_j$$

La matriz \mathbf{R} tiene $D(D+1)/2$ elementos independientes que puede ajustarse. La inversa de la matriz \mathbf{R} es la matriz de covarianza \mathbf{C} . El error del k-ésimo parámetro puede estimarse como:

$$\sigma_k = g_k(t_f) \sqrt{C_{kk}}.$$

